

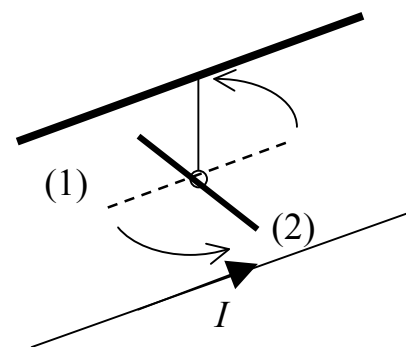
MAGNETOSTATIQUE 1

1.	Historique	2
2.	Le courant électrique	3
2.1	Définition :	3
2.2	Exemple	4
3.	La force magnétique	5
3.1	Expérience des fils :	5
4.	Force magnétique sur une charge en mouvement	6
4.1	Définition	Erreur ! Signet non défini.
4.2	Exemple : mesure du rapport e/m de l'électron	7
5.	Force magnétique sur un courant filiforme :	8
	Force de LAPLACE	8
6.	Exemples d'application de la loi de Laplace	9
6.1	Balance de Cotton	9
6.2	Roue de Barlow	10
7.	Effet Hall (Américain, 1879)	11
8.	Champ magnétique	12
8.1	charge unique en mouvement	12
8.2	Circuit filiforme : Postulat de Biot et Savard	12
9.	Exemples de calculs du champ magnétique	13
9.1	Champ créé par un fil infini	13
9.2	Champ magnétique créé par une spire	14
9.3	Définition de l'ampère (Lyonnais, 1775-1836)	16
10.	Moment magnétique - Dipôle magnétique	17
10.1	Moment magnétique d'une spire circulaire	17
10.2	Moment magnétique d'un circuit quelconque	17
10.3	Exemple : atome de Bohr	18
10.4	champ magnétique créé par un dipôle magnétique	18
10.5	Exemple : le champ magnétique terrestre	19
11.	Travaux dirigés	20

1. Historique

- Thalès : → la magnétite attire le fer : le magnétisme
 → Boussole : III^e siècle découverte;
 → XIII^e utilisée en navigation
- Volta 1800 → invention de la pile
 Galvanisme : effets produits par les courants
- Oersted 1820 → expérience du fil et de l'aiguille aimantée

- a) si l'aiguille est \perp aucun effet
 b) si l'aiguille est // l'aiguille dévie,
 différemment suivant le sens de I



- Ampère 1820 → mise en évidence de la force magnétique
 similitude entre aimant et bobine
 attraction de 2 fils : définition de l'Ampère
 distinction électrostatique/électrodynamique
- Biot & Savard → expression de la force \neq des 2 autres forces
- Faraday 1831 → l'induction magnétique
- Maxwell 1870 → Théorie classique de l'électromagnétique
- Hertz 1888 → mise en évidence expérimentale
- Einstein 1905 → l'invariance relativiste
 (théorie qui fournit le même résultat \forall le rep. galiléen)

2. Le courant électrique

2.1 Définition :

"courant électrique = tt mvt d'ensemble de particules chargées"

- vrai pour une charge, mais effet trop faible en magnéto.
- agitation thermique : les effets s'annulent $\langle v_i \rangle = 0$
- vitesse moyenne d'ens. \ll vitesse de chaque particule

L'ensemble des charges est caractérisé par

- sa densité volumique de particules : n
- la charge des particules : q
- la vitesse de déplacement des charges : \vec{v}

On définit alors le **vecteur densité de courant** : $\vec{J} = qn\vec{v}$
(Ampères / m²)

Cas du circuit filiforme :

dimensions transversales \ll dimensions longitudinales
 $S \ll L$

Dans un circuit filiforme, de section S , le courant est caractérisé par son intensité $I = J.S$

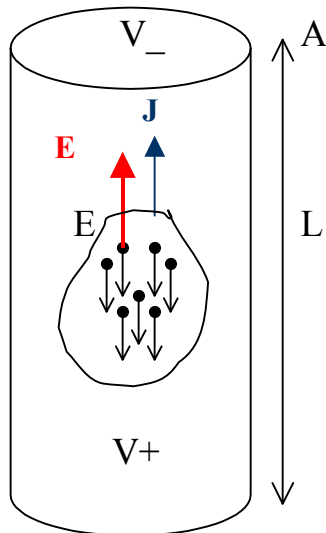
(en Ampère = C/s)

La densité de courant est reliée au champ E par : $\vec{J} = \sigma \vec{E}$

σ est la conductivité du matériau $\rightarrow \sigma = 1/\rho$,
 ρ étant la résistivité du matériau
"Loi d'ohm généralisée"

2.2 Exemples

1 – Loi d'Ohm généralisée restreinte au cas du fil → loi d'Ohm



$$\Delta V = V_+ - V_-$$

→ les e sont en mvt de A vers B

→ $F = -eE \rightarrow E$ dirigé de B vers A

$$\rightarrow V_+ - V_- = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = EL \Rightarrow E = \frac{\Delta V}{L}$$

$$\text{et } \mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \rightarrow \mathbf{J} = \mathbf{E} / \rho \rightarrow J = \frac{\Delta V}{\rho L}$$

$$\text{et } J = I/S \Rightarrow \frac{I}{S} = \frac{\Delta V}{\rho L}$$

$$\Rightarrow \Delta V = \frac{\rho L}{S} I$$

$$\Rightarrow \mathbf{U} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{I}$$

2 – Courant et mouvement d'ensemble :

• Dans le Cu : densité volumique d'atomes : $n_a = 8.4 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}$.

• on admet que chaque atome fournit 1 é au courant :

$$n_e = 8.4 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}$$

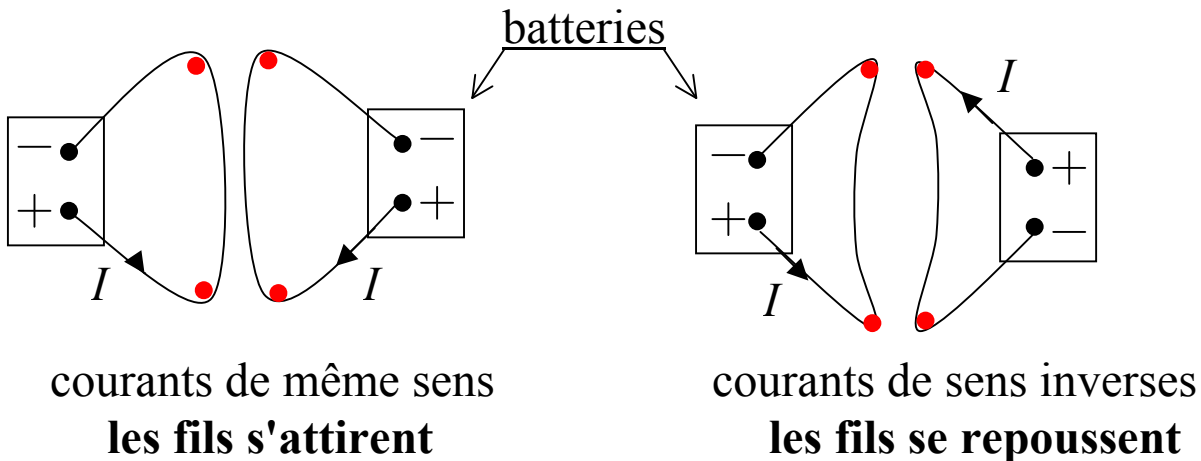
$$\Rightarrow q = -e = -1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$v = ?$$

Par exemple pour $I = 10 \text{ A}$ et $S = 10 \text{ mm}^2 \rightarrow I = J \cdot S = eqvS \Rightarrow v \approx 7.4 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}$

3. La force magnétique

3.1 Mise en évidence : Expérience des fils :



• Cette force (par unité de longueur) apparaît :

- proportionnelle au produit des intensités des 2 courants
- dépendante de leur sens relatif
- inversement proportionnelle au carré de la distance qui les séparent

→ la force ne dépend que du mvmt des charges.

→ existence d'un autre type de force : la force magnétique

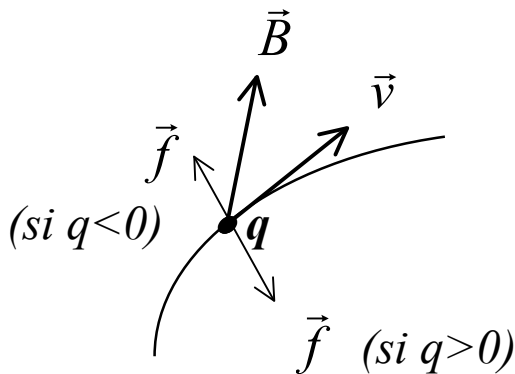
CONCLUSION :

par analogie avec l'électrostatique :

- tout mouvement de charges produit une perturbation dans son environnement → **champ magnétique**
- tout mouvement de charges dans un champ magnétique subit une force magnétique

REMARQUE : aimants : contient une foule de petits courants

3.2 Force magnétique sur une charge en mouvement



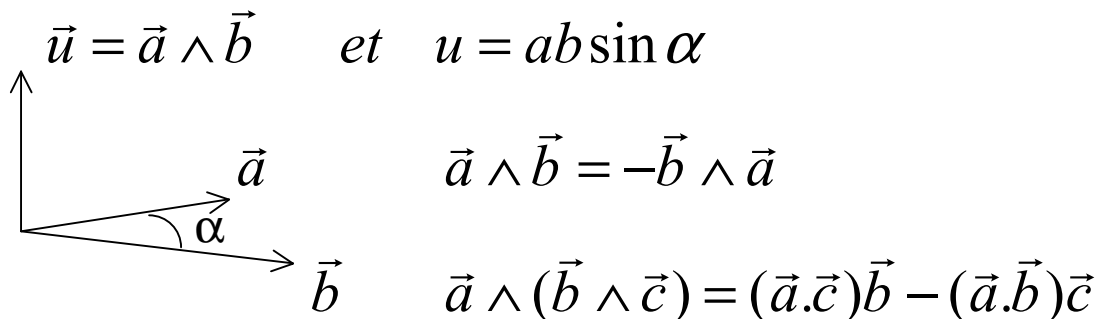
- une particule de charge q
- animée d'une vitesse \vec{v}
- ds un réf. où règne un champ de \vec{B}

La force qui agit sur la charge est : $\vec{f} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$

REMARQUES :

- la force est toujours \perp à \vec{v} et à \vec{B}
- il existe une dir. privilégiée de \vec{v} telle que $\vec{f} = \mathbf{0}$ ($\vec{v} // \vec{B}$)
- la force magnétique ne travaille pas : $\vec{v} \perp \vec{f}$
 - elle ne modifie pas l'énergie
 - elle ne modifie que la direction

• Rappel sur le produit vectoriel :



Généralisation : action des champs électrique et magnétique :

force de Lorentz : $\vec{f} = q(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})$

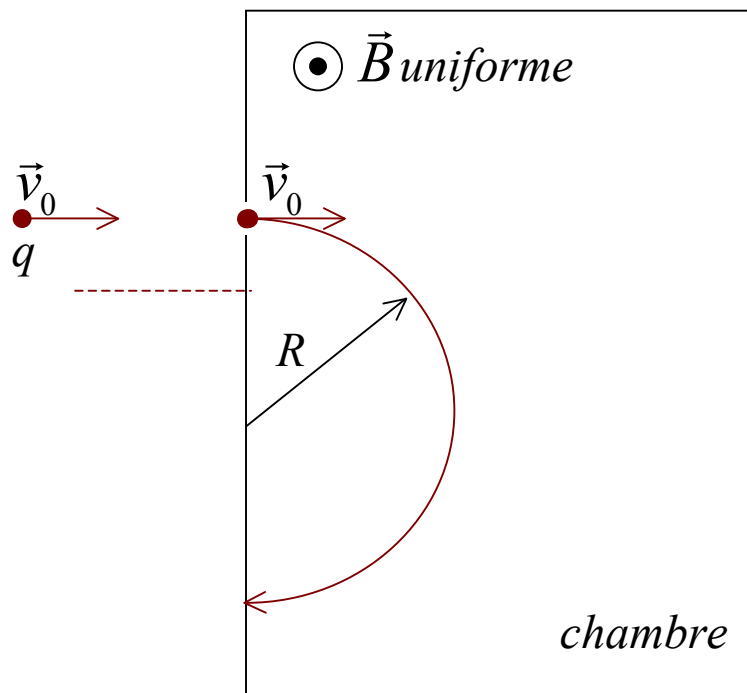
LORENTZ : Néerlandais (1853/1928) Prix Nobel 1902

REMARQUE : dans le cas des courants continus $q\vec{E}$ sera négligeable

Exemple : mesure du rapport e/m de l'électron

Conditions initiales : \vec{v}_0 et $\vec{v}_0 \perp \vec{B}$

- Rayon de la trajectoire ?
- Mesure du rayon \rightarrow mesure de q/m
- Période des rotations indépendante de \vec{v}_0 ?



Applications : cyclotron – spectroscope de masse

3.3 Force magnétique sur un courant filiforme :

Force de LAPLACE

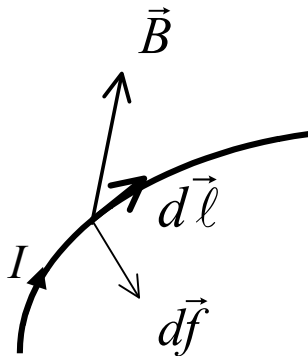
- circuit filiforme rectiligne

Une tige AB traversée par un courant d'intensité I , de longueur L et plongée dans un champ magnétique homogène extérieur B subit une force :

$$\vec{F} = I \cdot \overline{MN} \wedge \vec{B}$$

- circuit filiforme non rectiligne : force élémentaire

Si le circuit n'est pas rectiligne, on le découpe en élément de longueur suffisamment petit $d\vec{\ell}$ pour être considéré comme rectiligne :



$$d\vec{f} = Id\vec{\ell} \wedge \vec{B}$$

$d\vec{f}$ est la force élémentaire qui agit sur l'élément de circuit $Id\vec{\ell}$ placé dans le champ B

Puis on somme toutes les forces en considérant tout le circuit

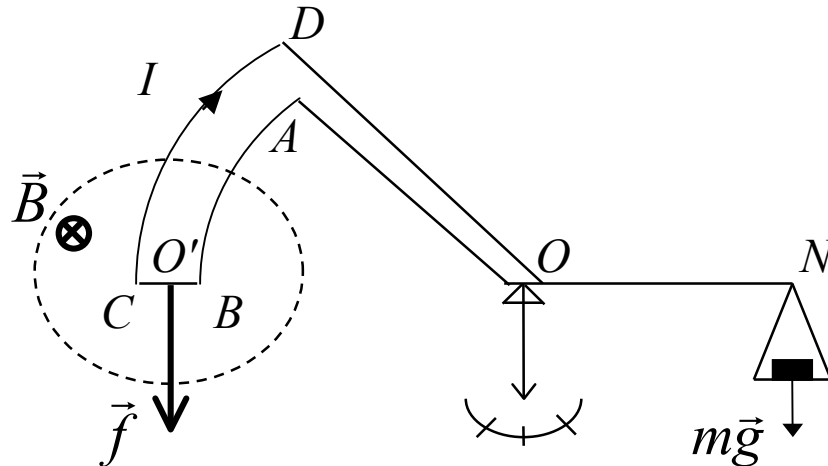
La force totale s'écrit :

$$\vec{f} = \oint_C d\vec{f} = \oint_C Id\vec{\ell} \wedge \vec{B}$$

3.4 Exemples d'application de la loi de Laplace

3.4.1 Balance de Cotton

Appareil qui mesure le champ magnétique utilisant la force de Laplace.



- la branche \overline{BC} plonge dans une région où \vec{B} est constant
- le moment des forces élémentaires $d\vec{f}$ qui s'appliquent le long des branches AB et CD est nul
- la somme des forces élémentaires $d\vec{f}$ s'exerçant sur BC sont équivalentes à une force unique \vec{f} :

$$\vec{f} = \int_{BC} Id\vec{\ell} \wedge \vec{B} = \int_{BC} Id\ell B = IB \int_{BC} d\ell$$

$$\underline{\underline{\vec{f} = IB \cdot \overline{BC}}}$$

- La mesure consiste à équilibrer la balance. On obtient :

$$I \cdot BC \cdot B \times OO' = mg \times ON$$

A.N. : $BC = 1 \text{ cm}$

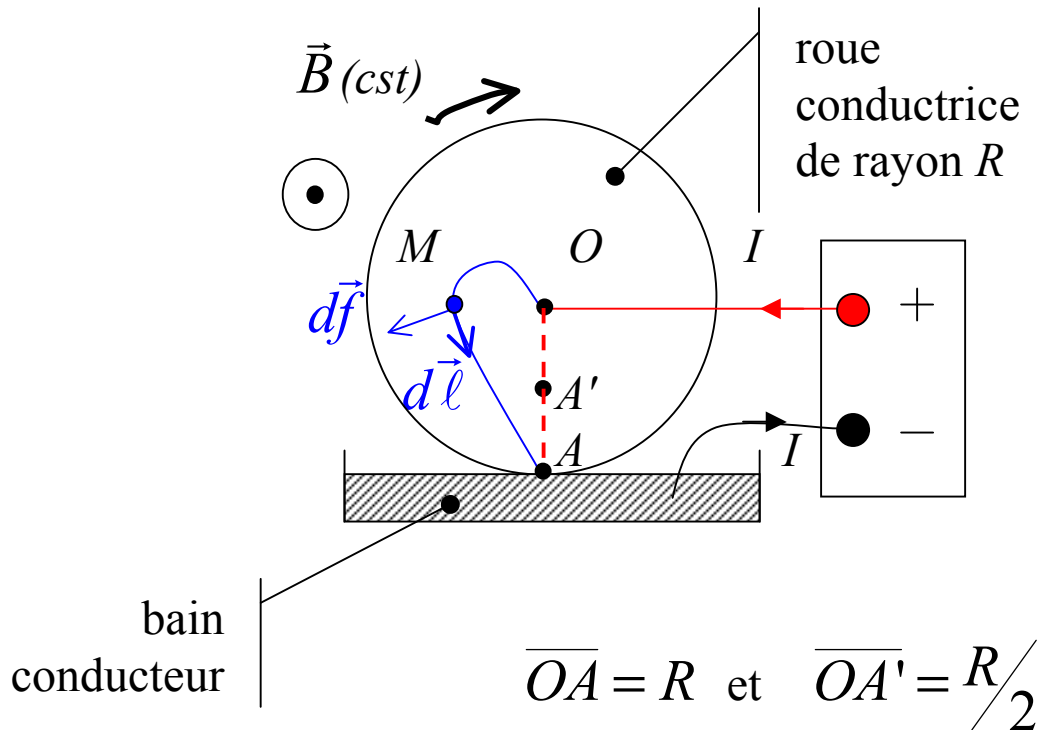
$OO' = 20 \text{ cm}$

$ON = 20 \text{ cm}$

pour $m = 1 \text{ g} \Rightarrow |\mathbf{B}| = 0,2 \text{ Teslas}$

3.4.2 Roue de Barlow

C'est le plus simple des moteurs électriques



Le déplacement global des charges entre la roue et le bain est équivalent à un courant filiforme entre O et A .

La force qui agit sur la roue s'applique en A' et vaut :

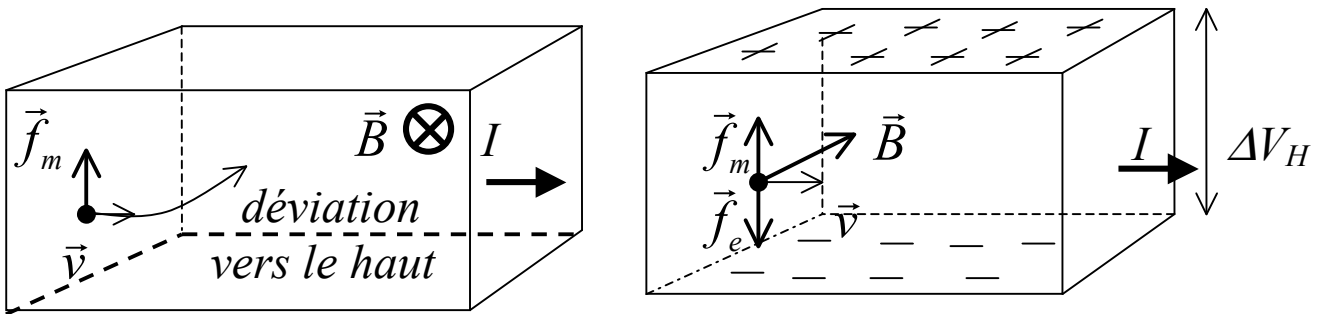
$$\vec{f} = \int_{OA} Id\vec{\ell} \wedge \vec{B} = \int_{OA} Id\ell B = IB \int_{OA} d\ell$$

$$\vec{f} = IB \cdot \overline{OA} = RIB$$

Le moment de cette force vaut :

$$\vec{\Gamma} = \overline{OA'} \wedge \vec{f} = -I \frac{R^2}{2} \vec{B}$$

4. Effet Hall (Américain, 1879)



a) courant $I \rightarrow$ mouvement de charges

b) champ $\vec{B} \perp \vec{v}$: $\vec{f} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$

c) déviation des trajectoires \rightarrow séparation des charges

d) apparition d'un champ électrique \vec{E}_H

e) équilibre des forces : $q\vec{E}_H = -q\vec{v} \wedge \vec{B} \Rightarrow E_H = v.B$

E_H est le champ de Hall.

après cette phase transitoire, les charges suivantes ne sont plus déviées \rightarrow équilibre des 2 forces

la séparation des charges \Rightarrow apparition d'une d.d.p. ΔV :

$$\Delta V_H = -\int \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = E_H \cdot a = v \cdot B \cdot a$$

APPLICATION : L'effet Hall est utilisé pour

- les mesures de champ magnétique (voir T.P.)
- les mesures de densité de charges.

5. Champ magnétique

5.1 charge unique en mouvement

champ créé par une charge en mouvement

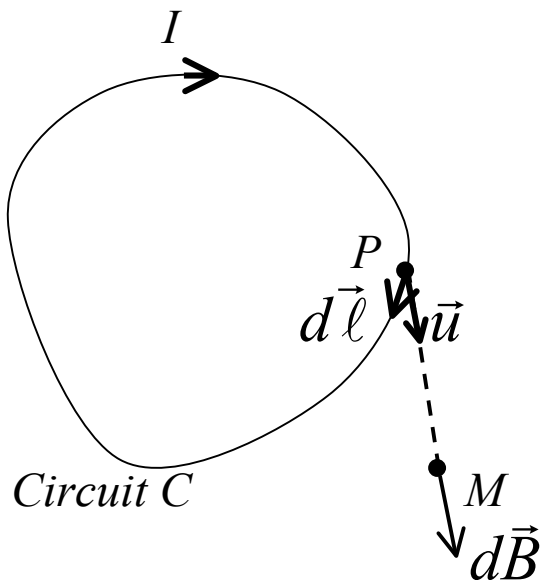
→ pas de régime permanent

On peut admettre :

le champ magnétique créé au point M par une charge placée en P est :

$$\vec{B}_M = \frac{\mu_0}{4.\pi} \frac{q\vec{v} \wedge \overrightarrow{PM}}{PM^3}$$

5.2 Circuit filiforme : Postulat de Biot et Savard



- champ élémentaire créé par $I d\vec{\ell}$:

$$d\vec{B}_M = \frac{\mu_0}{4.\pi} \cdot \frac{I d\vec{\ell} \wedge \overrightarrow{PM}}{PM^3}$$

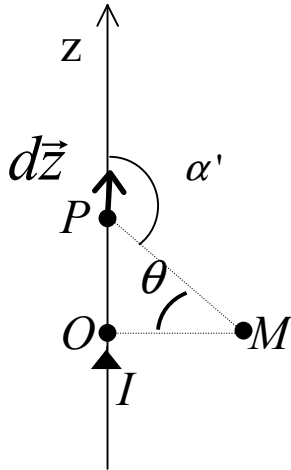
- champ total :

$$\vec{B}_M = \frac{\mu_0}{4.\pi} \oint_{(C)} \frac{I d\vec{\ell} \wedge \overrightarrow{PM}}{PM^3}$$

avec : $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ S.I.

6. Exemples de calculs du champ magnétique

6.1 Champ créé par un fil infini



1- direction et sens de \vec{B} ?

→ \perp au plan
et vers l'arrière

2- module :

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4 \cdot \pi} \cdot \frac{d\vec{z} \wedge \overrightarrow{PM}}{PM^3}$$

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4 \cdot \pi} \cdot \frac{dz \cdot \sin \alpha'}{PM^2} \quad \swarrow (= \cos \theta)$$

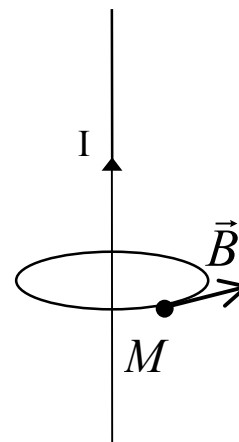
en écrivant :

$$\left| \begin{array}{l} OM = D \\ PM = \frac{D}{\cos \theta} \\ OP = z = D \cdot \tan \theta \Rightarrow dz = \frac{D}{\cos^2 \theta} d\theta \end{array} \right|$$

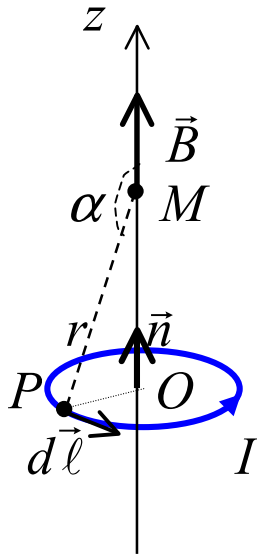
On en déduit :

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4 \cdot \pi \cdot D} \cdot \cos \theta \cdot d\theta$$

$$B = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} dB = \frac{\mu_0 I}{2 \cdot \pi \cdot D}$$



6.2 Champ magnétique créé par une spire



Calcul possible en 1 point de l'axe seulement :

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4 \cdot \pi} \oint_{(c)} \frac{d\vec{\ell} \wedge \vec{r}}{r^3}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4 \cdot \pi \cdot r^3} \oint_{(c)} d\vec{\ell} \wedge \vec{r}$$

REM : $r = \|\vec{r}\|$ est constant lors de l'intégration mais pas \vec{r}

De plus : $\vec{r} = \overrightarrow{PM} = \overrightarrow{PO} + \overrightarrow{OM}$

- $\oint_{(c)} d\vec{\ell} \wedge \overrightarrow{OM} = \left(\oint_{(c)} d\vec{\ell} \right) \wedge \overrightarrow{OM} = 0$

- $d\vec{\ell} \wedge \overrightarrow{PO} = R \cdot d\ell \cdot \vec{n}$

$$\Rightarrow \oint_C d\vec{\ell} \wedge \overrightarrow{PO} = R \cdot \left(\oint_C d\ell \right) \cdot \vec{n} = 2 \cdot \pi \cdot R^2 \vec{n}$$

On en déduit :

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I R^2}{2 \cdot r^3}$$

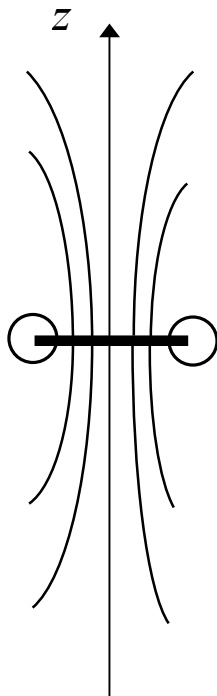
ou encore en notant que : $R = r \sin \alpha$:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2 \cdot R} \sin^3(\alpha)$$

REMARQUES :

- au centre de la spire on a : $\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2 \cdot R}$

- hors de l'axe \rightarrow calcul plus complexe \rightarrow spectre magnétique



Lignes de champ hors de l'axe.

Au voisinage de l'anneau les lignes de champ sont des cercles.

6.3 Définition de l'ampère (Lyonnais, 1775-1836)

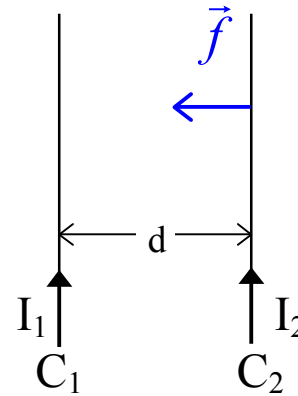
elle est basée sur l'interaction entre 2 fils conducteurs rectilignes et parallèles :

1- le fil C_1 crée en tout point de C_2 un champ magnétique perpendiculaire au plan des 2 fils et de module :

$$B = \frac{\mu_0 I_1}{2 \cdot \pi \cdot d}$$

2- une portion ℓ du fil C_2 subit une force \vec{f} dans le plan des 2 fils : $f = BI_2 \ell$, c'est-à-dire :

$$f = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_1 I_2}{d} \cdot \ell$$



- DEFINITION :

l'ampère est l'intensité d'un courant permanent qui, maintenu dans deux conducteurs rectilignes, parallèle, infinis, de section négligeable et distants de 1 mètre dans le vide, produit entre eux une force par unité de longueur de :

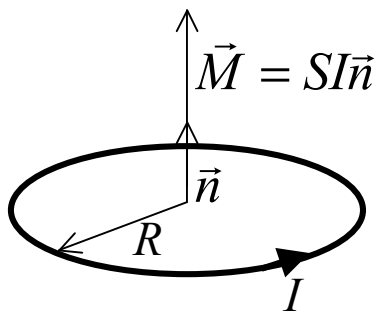
$$2 \cdot 10^{-7} \text{ N/mètre de fil}$$

7. Moment magnétique - Dipôle magnétique

Echec de la recherche d'une particule magnétique

Consolation → **dipôle magnétique**

7.1 Moment magnétique d'une spire circulaire

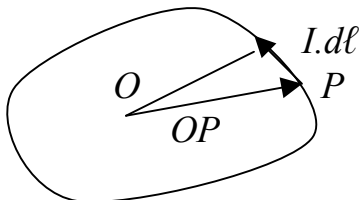


- Spire de rayon R parcourue par I
- Surface de la spire : $S = \pi R^2$
- Vecteur surface : $\vec{S} = S\vec{n}$

Le moment magnétique de la spire est : $\vec{M} = I\vec{S}$

7.2 Moment magnétique d'un circuit quelconque

surface quelconque : $\vec{S} = \frac{1}{2} \oint \overline{OP} \wedge d\vec{\ell}$



moment magnétique : $\vec{M} = \frac{1}{2} \oint \overline{OP} \wedge I \cdot d\vec{\ell}$

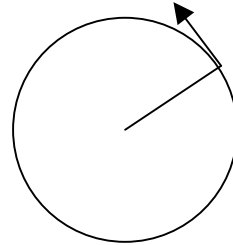
7.3 Exemple : atome de Bohr

Modèle classique de l'atome d'hydrogène.

$$a = 0.53 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

$$E = -13.6 \text{ eV}$$

$$m_e = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$



7.4 champ magnétique créé par un dipôle magnétique

Le calcul donne :

$$\vec{B} : \begin{cases} B_r = \frac{2\mu_0 M \cos \theta}{4\pi r^3} \\ B_\theta = \frac{\mu_0 M \sin \theta}{4\pi r^3} \end{cases}$$

Calcul des lignes de champ :

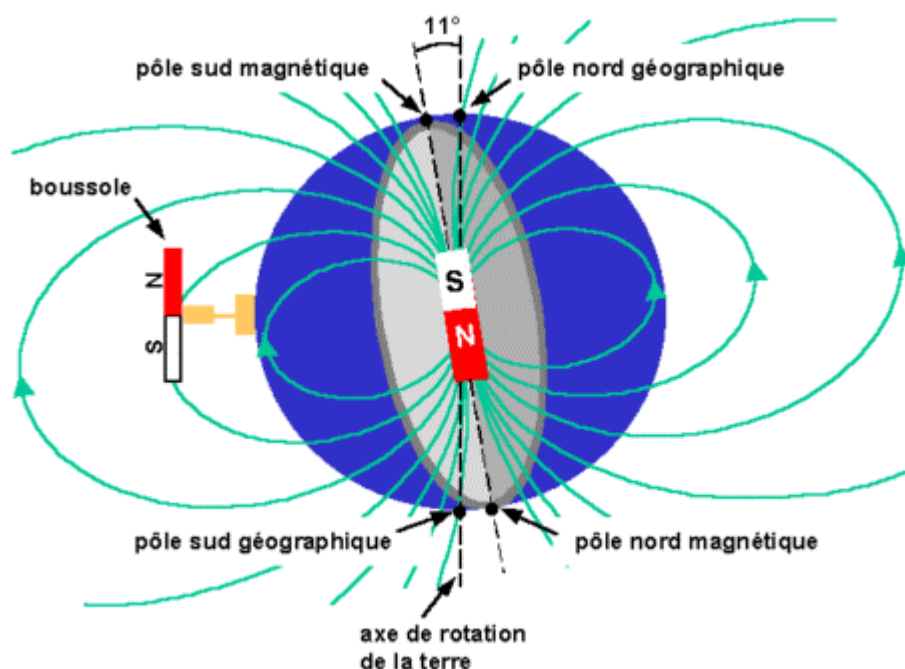
$$\begin{aligned} \vec{B} &= B_r \vec{e}_r + B_\theta \vec{e}_\theta & \text{et} & \quad d\vec{\ell} = dr \vec{e}_r + r d\theta \vec{e}_\theta \\ \text{et } \vec{B} // d\vec{\ell} &\Rightarrow \frac{dr}{B_r} = \frac{r d\theta}{B_\theta} \\ &\Rightarrow r = k \cdot \sin^2 \theta \end{aligned}$$

7.5 Exemple : le champ magnétique terrestre

Le champ magnétique terrestre est, jusqu'à 4 rayons terrestres du centre, assimilable à celui que créerait un dipôle magnétique placé à l'intérieur du globe et incliné d'environ 11° par rapport à l'axe de rotation de la terre.

Il est admis que le centre du globe est occupé par un noyau métallique de 3500 km de rayon, essentiellement constitué de fer à une température de 5800°C et à une pression de plusieurs millions d'atmosphère. Ce noyau comporte une partie central solide et une partie externe fluide.

On imagine que des courants électriques, provoqués par les mouvements de convection du fluide métallique du noyau externe, sont à l'origine du champ magnétique terrestre.

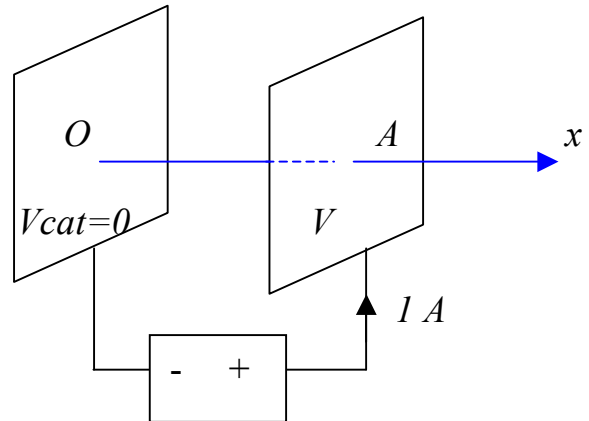


REMARQUES

- le champ magnétique terrestre s'est inversé au moins 170 fois au cours des 100 derniers millions d'années.
- Les mesures d'intensité sont effectuées avec des instruments appelés magnétomètres. Ils déterminent l'intensité totale du champ et les intensités de ses composantes horizontale et verticale. L'intensité du champ magnétique terrestre varie selon la position de l'observateur sur la Terre. En moyenne, à la surface du globe, l'intensité est de 5×10^{-5} T (teslas).

8. Travaux dirigés

1 Diode à vide : Une diode à vide est parcourue par un courant constant $I = 1 \text{ A}$. Les 2 électrodes sont des plans carrés de surface A . Le potentiel de cathode est nul et celui d'anode est noté V . Entre les 2 plans distants de L règne un vide dans lequel se déplacent les électrons sous l'effet d'un champ électrique uniforme dirigé suivant Ox .



- déterminer la fonction potentiel entre les électrodes en fonction de x .
- Grâce au théorème de l'énergie en déduire la vitesse des électrons en fonction de x .
- Enfin, déduire la densité volumique de charges en fonction de x .

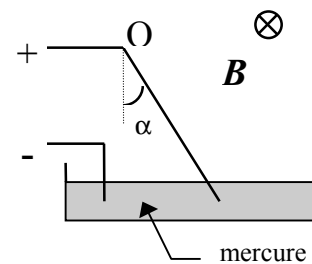
2. Force de Lorentz

Une particule de masse m et de charge q est émise dans une région de l'espace où sont superposés un champ magnétique \mathbf{B} et un champ électrique \mathbf{E} constants et uniformes. On décrit le mouvement de la particule par rapport à un repère cartésien $Oxyz$, de vecteurs unitaires $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$, liés à un référentiel galiléen. Les orientations des champs sont telles que $\mathbf{B} = B\mathbf{i}$ et $\mathbf{E} = E\mathbf{k}$, B et E étant des quantités positives. On néglige l'action de la pesanteur et on considère, qu'à l'instant initial, la particule est en O avec une vitesse nulle.

- Ecrire les trois équations différentielles du mouvement (suivant chaque axe) en fonction des quantités E , B et $\omega = qB/m$ (considérez la vitesse v comme variable).
- Montrez que la trajectoire est plane.
- Donnez en fonction de E , B et ω , les expressions de $y(t)$, $z(t)$, $v_y(t)$, et $v_z(t)$, coordonnées et composantes de la vitesse de la particule.

3. Pendule électrique

On considère un conducteur filiforme cylindrique rigide de longueur l , de masse m mobile, en une de ses extrémités, autour d'un axe horizontal perpendiculaire au plan de la feuille. L'autre extrémité affleure dans du mercure contenu dans une cuve. Un courant d'intensité I traverse ce conducteur suivant la figure ci-contre. La tige est placée dans un champ magnétique uniforme perpendiculaire au plan de la figure.



Calculer l'angle α d'inclinaison de la tige.

4. Effet Hall dans un cylindre tournant

Dans une région où règne un champ magnétique \mathbf{B} , on place un cylindre métallique de rayon R , d'épaisseur d ($d \ll R$) dont l'axe est parallèle à \mathbf{B} . On fait tourner ce cylindre à la vitesse angulaire constante ω autour de son axe.

Calculez la différence de potentiel qui apparaît entre les deux faces du cylindre.

5. Positions de Gauss : Les positions de Gauss correspondent à 4 positions particulières autour d'un dipôle :

- les 2 premières positions principales : $\theta = 0$ et $\theta = \pi/2$
- les 2 deuxièmes positions principales : $\theta = \pm\pi$

Déterminer graphiquement la direction du champ magnétique aux 4 positions autour d'un dipôle magnétique.

6. Action d'un champ magnétique uniforme sur une spire

On considère une spire circulaire parcourue par un courant d'intensité I , mobile autour d'un de ses diamètres et placée dans un champ magnétique uniforme \mathbf{B} de direction quelconque dans un repère $Oxyz$.

(On placera la spire dans le plan Oxy , son centre correspondant avec l'origine O du repère).

Montrez que le système des forces magnétiques agissant sur la spire est équivalent à un couple dont le moment peut être mis sous la forme : $\mathbf{C} = \mathbf{M} \wedge \mathbf{B}$, \mathbf{M} étant un vecteur à déterminer, appelé **moment magnétique**.